QUADRATURA CIRCULI NOVA, PERSPICUA, EXPEDI- *TA, VEREQVE TVM NATV-* RALIS, TUM GEOMETRICA, CUJUSMODI COMMUNIBUS TOT SECULOrum gentiumq; votis Mathematicis expetita hactenus fuit:

NUNC DEMUM HAC ULTIMA MUNDI SENECTA, DIVINA *ducente gratia ſub felicißimi, ſereniſſimi, ac Reverendißimi principis Erneſti Bavari, Archiepiſcopi Colonienſis, &c. Electoris &c. auſpiciis tentata, & inventa.*

AUCTORE

THO. GEPH. SALIC. GERmano VVeſtphalo.

ANNO M, DC, VIII.

SERENISSIMO AC REVERENDISSIMO PRINCIPI ERNESTO ARCHIEPISCOPO Colonienſi, S.R.I. per Italiam Archicancellario, & principi Electori: Confirmato Epiſcopo Leodienſi, Monaſterienſi: Adminiſtratori Hildeſheimienſi, & Friſingenſi, principi Stabulenſi: Comiti Palatino Rheni: Duci utriusq; Bavariæ, VVeſtphaliæ, Bullonij & Angariæ, Marchioni Franchimontenſi, Comiti Loſſenſi, Longienſi, Hornenſi, &c. Mecænati, Mathematum arte, uſu, laudeq; heroica præſtantiſsimo, Domino ſuo clementiſsimo.

NOn ignorat celſitudo veſtra princeps ſereniſſime, duas agitari in Geometria quæſtiones uti antiquiſſimas, ita & nobliſſimas, de cubo duplicando alteram, alteram de circulo quadrando: quas ideo quidam non infimi nominis auctores præcipuam totius Geometriæ laudem, duasq; tantæ artis coronides appellarunt. De priore primus omnium mortalium Hippocrates animadvertiſſe fertur, ſi inventum eſſet, quomodo inter duas lineas rectas, quarum major minoris eſſet dupla, duæ mediæ continuè proportionales ſumerentur, duplicaretur cubus. Hanc viam quidem ut unicam & ſingularem ad hæc uſq; tempora probarunt & probant omnes; ſed cùm ſtatim nondum ab Hippocrate, vel alio quoquam oſtendi poſſet, quomodo proportionales iſtæ ſumerentur, difficultas alia in aliam converſa eſt non minorem; donec Delii ad ſedandam peſtilentiam duplicare Apollinis altare, ipſius oraculo juſſi, miſerè anxiiq; Platonicos ad hoc diſcutiendum problema implorarent. Tum verò Platonis litteris excitati paſſim celeberrimi quiq; Mathematici ita quæſtionem ex inventione proportionalium ſolverunt, ut laus potiſſima ad Platonem redundaret, qui exinde in admiratione oreq; omnium verſatus eſt. Neq; tamen ita rem tantam abſolvere potuit, quin poſtea Eratoſthenes repertâ novâ organicâ, qua duæ pluresve & quot quis vellet, proportionales mediæ facilè reperirentur, ita efferretur, ut & Diis &

regi ſuo Ptolomæo (cuius Bibliothecæ totius mundi celeberrimæ præfectus erat) novum ſuum partum conſecraret. Tantæ ſcilicet & molis & laudis erat ſolidam duplare figuram. Alterum de circulo theorema, quamvis tantó facilius expediri poſſe videatur, quantó plana ſolidis, obvia reconditis, exteriora interiobus, ſimplicia compoſitis, notiora atq; illuſtriora ſunt: tamen, Deo moderante, ingeniaq; inflata quaſi ludificante, penitus accidit contrarium; adeo ut, ubi illa de cubo extricata eſt quæſtio ante ſecula complura, hæc de circulo tricis ſuis antiquis etiamnũ intricata hæreat. Neq; veró interim ſtudia maximorũ ingeniorũ huic eruendæ defuerunt: quin potius quaſi quædam ſingularis ingenij palma in medio poſita eſſet, ita eam certatim alii aliis, ubicunq; per univerſum terrarum orbem mathemata floruerunt, tot ſeculorum gentiumq; contentione præripere modis omnibus conati ſunt. Hinc tot nobis prodierunt tetragoniſmi, quorum partim lydium demonſtrationis lapidem ferre non potuerunt, partim ſolius obſcuritatis involucro tutæ, dum terminis Archimedeis utcunq; reſpondent, tolerantur, donec oborta clariori luce, evaneſcant & ipſi. Laudandi nihilominus omnes illorũ auctores, qui ſuo quilibet locó rẽ obſcuritate involutam, illuſtrare quoquo modo potius, quám manum de tabula penitus removere voluerunt. Nam in magnis, quod dici ſolet, & voluiſſe ſat eſt. Ego qui Mathematicus non ſum, multoq; minus cum viris tantis ullâ ex parte conferendus, neſcio tamen quo animi morbo, etiam ipſe mihi de quæſtione tam illuſtri aliquid promitterem. Tandem ubi ante menſes aliquot cum clariſſ. conſultiſſimoq; viro Domino Licentiato VVilhelmo Steinfurt, ſerenitatis veſtræ cõſiliario digniſſimo, ac meo quondam in ſtudiis trivialibus tum commilitone, tum contubernali jucundiſſimo, caſu quodam poſt multorum annorum intervallum domi ipſius pranderem, ac ſermo ultro citroq; habitus etiam ad magnas quaſdam artes nondum repertas, interq; eas ad motum, quem vocant, perennem, ac circuli tetragoniſmum deſcenderet, morbumq; ille meum ex quibuſdam reſponſi mei indiciis, facilé intelligeret, cæpit pro ſua, qua plurimum pollet, facundia, currenti

rênti calcar adderẽ, miſſoq́; perẽnni iſto motu (utpote arte magis deſperata) ad circuli quadraturam ſub ſereniſſimis C.V. auſpiciis ſerió tentandam, non ſegniter exhortari. Oſtendebat inter cætera, ſereniſſ. C.V. non modó eximiâ inter omnes noſtri ſeculi principes Mathematum cognitione excellẽre veterumq́; clariſſimorum Mathematicorum exemplo fructum tam liberalis ſtudii politicum in mirandis mechanicarum organicarumq́; machinarum inventis, partim ad oblectationem heroicam, partim ad utilitatem publicam comparatis adjungere (quod quidem utrumq́; ſatis iam publicé notum erat) ſed etiam ſingulari quodam huius ipſius quæſtionis Geometricé enodandæ deſiderio teneri. Addebat etiam longé fore gratiſſimum, ſi quis hiſce in locis Illuſtriſſima ſereniſſ. veſtræ auſpicia ſecutus, communibus tot gentium, totq́; ſeculorum votis Mathematicis ſatisfaceret, eamq́; invẽntionem Germaniæ, communi patriæ noſtræ, vindicaret. Erat cohortatio ipſa, quod facilé cogitari poteſt, non ingrata; ſed á parte altera difficultas rei, imó impoſſibilitatis metus (quis enim poſſibile in Geometria credat quod Hippocrates, Plato, Ariſtoteles, Archimedes, Regiomontanus, aliaq́; orbis lumina, aſſecuti non eſſent?) ſpem pené omnem adimebat. Poſteaquam veró tandem animum rẽſumpſi, preſſius cæpi huic rei incumbere, otiumq́;, quod á negociolis meis (qualia domus vitaq́; civilis alia quotidie ex aliis attrahunt) animo vacuo, quietoq́; ſubducere potui, his meditationibus tranſmittere. Quid multis? Senſi non ita diu póſt, Deo aſpirante, ſucceſſus magis proſperos, quám initio ſperaveram; adeó ut demonſtrationis non obſcuræ, ſed evidẽntis adhibitâ lance, de fide inventionis nihil dubitandum judicarem. Interea quoties ad rei incredibilis, & feré ab omnibus deſperatæ, novitatẽm reſpicio, quoties ingeniorum tot ſeculis perpetua ad hunc ſcopulum naufragia intueor, nẽſcio quid dubitationis contra demonſtrationem luce meridianâ clariorem oboriatur. Itaq́; conatus ſum aliquoties aliorum prius etiam judicia exquirere, quám Sereniſſ. Celſ. veſtræ fætum hunc novum offerrẽ; ſed conatum hunc ſempẽr rationes compreſſere maiores. Excuſari enim nullo modo poſſe videbatur, ut, ſi quid Celſ. veſtræ auſpiciis feliciter cæptum per-

fectumq́; eſſet, eius cognitio oblectatioq́; ab ullo alio mortalium, quocunq; tandem prætextu, prælibaretur : maximé cúm nemo quicquam præſtiturus eſſet, quód non multó cumulatius á ſereniſſimo C.V. judicio penderet. Venit quoq; in mentem vereri, qua nunc perverſitate eſt mundus, ne alienæ fidei tenera hæc caſtaq́; virgo commiſſa, nunquã incorrupta reverteretur, ſed vel á procis protervioribus interciperetur penitus vel ſaltem ad intempeſtivé emancipandũ aliquid contraheret momenti. Poſt longã veró tandẽ animi fluctuationẽ rationibus omnibus pro meo modulo ſubductis, fretus ſolius demonſtrationis evidentiâ, utpote judice omni recuſatione majori, malui eam quacunq́; ratione illibatam, quám caſu incerto exploratam, ad veſtræ ſerenitatis judicium patrociniumq́; perduci. Deniq́; & ipſam opuſculi brevitatem ſæpius obſtrepere memini, quo minus hanc qualemcunq; inventionem veſtræ Serenitati offerre auderem. Sed cum é contrario cogitarem, Serenitatem Veſtram ingeniorum partus, non cum vulgo, verborum verſuumq́; multitudine, ſed rei ipſius ponderẽ argumentiq́; præſtantiâ metiri, facilé ſtrepitum hunc inanem excuſſi: idq́; tanto etiam facilius, quod ipſius quoq; Archimedis de circulo dimetiendo libellus tribus tantum propoſitionibus conſtet haud prolixis: multoq́; ſtrictior ſit Hippocratis tetragoniſmus, in quo acumen omnes mirantur. Quod igitur nunc ſupereſt, princeps ſereniſſime, illuſtriſſimam celſ. veſtram quanta poſſum maximâ ſubmiſſione humiliter obſecro, ut pro heroico illo erga Mathemata, omnesq́; magnas artes ſpiritu, novam hanc circuli veré Geometriceq́; quadrandi artem, quam mirabiliter Deus inter tot ſeculorum gentiumq; æmulationes in hæc poſtrema tempora Germaniæ noſtræ reſervatam veſtræ imprimis ſerenis. celſ. immortali felicitati deſtinavit, quæq́; adeo auſpiciis, hortatu voto, ſingulari loci vicinitate, ſummoq́; adeo erga Matheſin merito, veſtræ ſerenitatis propria cenſeri poterit, clementer ſuſcipiat, ſuſceptamq́; juſtiſſimâ demonſtrationis trutinâ fideliſſimé examinet. Túm ſi probam invenerit (de quo equidem cur admodum dubitem, non video) ſereniſſimo ſuo favore patrocinioq́; proſequatur & exornet, Erit hæc inter S.V. virtutes illuſtriſſimas non poſtrema,

æternis

æternis litterarum monumentis, quocunq; per univerſum orbem ſtudia Mathematica patent, patebuntq; ſeculis omnibus prædicanda. Unnæ anno 1608.

S.C.V.

humilimé colens

Thomas Gephyrander Salicetus civis
Unnenſis Marcovveſtphalus.

EPIGRAMMA AD PRINcipem eundem.

ERNESTE illuſtri Bavaro de ſanguine princeps,
Imperii Elector, qui ſceptra Colonica geſtas;
Ingenio cujus præclara Mathemata plaudunt,
Et quæ conveniunt omnes heroibus artes:
Et tibi nunc etiam ſub ſera crepuſcula mundi
Circulus optatâ quadrati in luce coruſcat.
Commonſtratq; cavos curvâ ſine fraude receſſus,
Ars quæſita diu, ter mille, vel amplius, annos,
Ingeniis toto fruſtra luctantibus orbe.
Quin etiam regum ſtudiis ſumptuq; ſuperbo
Affectata ſimul magno moliminis æſtu:
Illa tamen cæcis latitans abſtruſa cavernis
Et ſtudia & ſumptus & regum munera ſprevit;
Nunc dignata tuos, dux illuſtriſſime vultus;
Et ſtupefacta novas fæcundo in pectore dotes,
En progreſſa, ſacro divina Mathemata plauſu
Complebit, lætosq; dabit formoſa triumphos.
Tu modo præclarâ decoras qui laude Matheſin,
Magnificumq; adhibes tam claris artibus uſum,
Unde vel heroum delectamenta petantur,
Vel bona vulgaris cumulentur publica vitæ,
Hanc quoq; jam teneram præclaræ laudis alumnam
(Auſpiciis allecta tuis dum prodit in auras)
Suſceptam ſolito placidus complectere vultu;
Illuſtriq; tuo digneris acumine primus
Teſtari, an tenebris hæc ſit reddenda profundis,
An veró in lucem potius mittenda ſerenam.
Sic tibi felici ſuccreſcat laude Matheſis,
Sic te felicem memoret poſt fata Matheſis.

S. V. S.

Idem qui anté, Th. Geph. Sal.

QUADRATURA CIRCULI NOVA, PERSPICUA, FACILIS, VEREQUE GEOmetrica, recens inventa, apud VVeſtphalos in Germania.

I.

CIRCULI DIVISIO.

SIT Quadrandus circulus A. B C D. ex centro E. deſcriptus. Dividatur æqualiter in partes quatuor, totidem ſemidiametris ex centro E. ad peripheriam protractis, eamq; in punctis A. B. C. D. tangentibus. Diſtinguatur iterum una quædam ex his quatuor partibus ſemidiametro quinta, etiam ex centro E. in peripheriæ punctum F. producta: quemadmodum in figura ſubjecta inter A, B. factum eſt. Quod ſi placuerit, ni-



Circulus uti omnes in plano figuras pulchritudine, perfectioneq; ſuperat; ita membrorum æqualitate ac Symmetriâ conſtat omnium exactiſſimâ, maximeq; mirificâ.

hil obſtabit, quo minus tres itidem reliquæ circuli part eodem modo ſubdividantur, unde circuli partes emergent ctο æquales.

Ducatur deindè recta ex A. in B. quæ ubi ſemidiametru E. F. ſecabit, ibi notetur G. Similiter ducatur linea alte ex A. in F. tertia ex A. in H quarta etiam ex H. in I. hac ca tione, ut F. G. H. I. E. diſtantiâ æquali ſeparentur. His peracti erit circuli quadrandi pars octava, A. F. E. in membra quinq ſymmetriâ pulcherrimâ diſtincta. In medio apparebunt tr majora triangula ſibi invicem æqualia, | A. F. G. | A. G. H. | H. I. | Extimè ad circumferentiam radiabit lunula A. K. F. I timè ad centrum invenietur triangulus quidam minor H, I, ipſi lunulæ A. K. F. æqualis, ut jam demonſtrabitur.

II.

PRIMA PROPOSITAE QUADRATURÆ *demonſtratio per collationem & detractionem æqualium.*

Cùm circuli quadrandi difficultas omnis in *lunularum ind*gandâ quantitate verſetur, maximum operæ precium ciêmus, ſi demonſtrabimus lunulam octogonam, A. K. F. A. præcedenti figura expreſſam triangulo, H. I. E. ad centru deſcripto æquari. Demonſtrabitur autem hoc ipſum dupli ter; primò ex collatione & detractione æqualium, ad reſidu æquale concludendum: juxta principium illud univerſali notum: Qui æqualibus æqualia demit, relinquit æqualia: inde per inquiſitionem exceſſus.

Ut igitur circulo quadrando figuram reperiamus aliam ne controverſia prorſus æqualem, deſcribatur e x eodem c tro, E. circulus circuli propoſiti duplus: id quod Geomet fiet, ſi ad intervallum lineæ, A B. ſemidiameter ſumatur. H deſcripto circulo duplo ex centro, ut diximus eodem, zo quædam circulum quadrandum cinget, illi prorſus æqual Cùm enim duplum duobus conſtet ſimplis æqualibus, q rum alterum hoc loco eſt circulus quadrandus ipſe, alter zona ambiens; erunt hæc ipſa, tanquam dimidia ejuſdem, in

ſe æq

ſe æqualia. Productis igitur ex circulo per zonam ſemidiametris illis octo, ita ut circumferentiam zonæ tangant in punctis L. M. N. O. P Q. R. S. erunt quoq; octo in zona partes, ſubjectis totidem in circulo æquales.

Ducantur deinde lineæ duæ, altera, L. M. altera L. F. ſic in zona diſtincta erunt ſpacia tria, videlicet luna L. T. M. triangulum, L. M. F. & ſpacium L. F. K. A. Ex his duo ſuperiora eſſe ſingula membra dupla, ipſa lineamentorum ratio, proportioq; dupla evincit. Inferius ergo ſimplum erit, ut membra in circulo & zona, pro modo proportionis non tantùm capacitate, ſed etiam numero (ſaltem poteſtate) conveniant. Divulſiones enim, ſeu fractiones membrorum fortuitas ipſa proportionis ratio conſtanter eludit.



Ad hunc modum membris zonæ circuliq; æqualiter di-
ſpoſitis, age ad collationem, detractionem'q; accedamus, initio á triangulis majoribus ſumpto, donec ad lunulam perveniamus. Pro triangulo igitur zonæ duplo, L. M. F. in circulo majora triangula ſimpla duo | A. F G. | A. G. H. | compenſata abjiciantur. Pro ſpacio, L. F. K A. (utpote membro ſimplo) abjiciatur in circulo triangulum, A. H. I. Sic in zona reſtabit luna ſola, L. T. M. quæ ut eſt membrum duplum, ita etiam pro illa in circulo ſuperſunt membra duo ſimpla, nimirum lunula A. K. F. & trigonulus, E H. I. Jam cum omne duplum Geometricum ſimplis duobus exacté æqualibus conſtet, alterumq; ſimplum lunæ huic duplæ, L. T. M in circulo reſpondens ſit lunula, A. K. F. alterum trigonulus E, H, I. Erunt hæc ipſa ſimpla, lunula A. K. F. (inquam) & trigonulus E. H. I. exacté æqualia: id quod demonſtrandum erat.

Facile veró erit membra dupla in ſimplicia reſolvere, ita ut ſingula in zona ſingulis in circulo æquali numero conferantur. Quæratur enim medium punctum inter M. N. tum in chorda, tum in arcu T. & V. lineaq; ducatur ex F. in V. ex V. in T. (ut in præcedente figura ſub litera B. videre licet) & conſtabit propoſitum. Semiluna enim, M-T. V. reſpondebit ad lunulam A. K. F. triangulum F. V. M. ad A. F, G. ſic F. V. N. ad A. G. H. ſic F B. N. ad A. H. I. Sic deniq; ſemiluna M. T. V. ad trigonulum, E. H. I.

III.

ALTERA DEMONSTRATIO PER *inquiſitionem exceſſus.*

QUod ſi lunulæ, A. K F. vel quod eodem tendit, F. K. B. qantitatem per exceſſum rectilineum inquirere libet, quemadmodum ante annos bis mille Hippocrates in ſuo Tetragoniſmo ingenioſiſſimé inſtituit, quamvis recte ac Geometricé perficere nec ille, nec alius quiſpiã exinde potuerit: quod tamen vehementer optarunt omnes, ac tentarunt plurimi; id in noſtra Quadratura facilimé conſequemur hoc modo.

DI-

Diſtinguatur pars zonæ circuliq́; octava, quemadmodum in figura capitis præcedentis ſub littera A. factum eſt. Tum ad ſpacium zonæ | F.K.N.B. | lunula, F.K B, adjiciatur: inde procreabitur triangulus, F.B.N. unũ ex triangulis circuli majoribus cum exceſſu lunulæ adjectæ continens, omnibus (ut facilè apparet) angulis lateribusq; triangulo A. E H. æqualis. Deinde ſi recta ex C, per B. uſq; ad O. in linea F.N. producatur, emerget pro augmẽto ſeu exceſſu lunulæ aſſumptæ trigonulus N.O.B. qui cùm ſit trigonulo, H.I.E. æqualis, efficitur neceſſariò lunulam ipſam A K.F. triangulo huic, H.E.I, æqualem eſſe: quod dẽmonſtrandum erat.



Quoniam vèró in Tetragoniſmo Hippocratis proponitur lunula circuli non octogona, A.K.F. (ut in noſtro) ſed tetragona, A. F.B. erit hæc tantó major ; continens videlicet præter duos trigonulos noſtrates, etiam duo triangula majora, id quod ex iis, quæ jam diximus, facilé apparet. Sic igitur ratione duplici, eademq; ſimpliciſſima utraq;, inſtitutum noſtrum ſatis ſuperq; demonſtratum arbitramur. Si tamen quis ulterius exſpaciari, ac demonſtrationis luxuriam quandam perſequi velit, ampliſſimum ſibi campum labore noſtro apertum deprehendet, ſive zonam circulo quadrando æqualem (ut nos fecimus) deſcribere, ſive proportione duplâ, triplâ, quadruplâ, &c. augere, ſive aliis atq; aliis modis diſtinguere, ſive etiam rectilineum, quod capite quinto exprîmitur, ad demonſtrationem inſtitutam accommodare libeat.

IV.

RECTANGULUM CIRculo æquali.

EX demonſtratione præcedenti inter alia ſequuntur poriſmata momenti maximi duo, prius de conſtitutione rectanguli circulo æqualis; alterum de circuli areâ terminos Archimedeos excedente. Prius ita habet: Si duæ conſtituantur lineæ rectæ ad angulum rectum, quarum altera diametro æquali, altera ſpacio inter E.H. (quod in primi capitis figura ſatis apparet) minor, id rectangulum completum circulo eſt æquale.

Deſcribatur enim quadratum omnibus lateribus diametro æqualibus A. B. C. D. circulum quadrandum includens. Ducatur recta per G. latus quadrati dextrum ſiniſtrumq; tangens, ipſi A. B. parallela. altera item per H. tertia per centrum E. quarta item et quinta per H. & G. infra centrum: omnes modo eodem inter ſe parallelæ, latusq; utrumq; tangentes. Ducantur etiam lineæ duæ altera K.F. altera F.L. quæ lunulas ibidem octogonas efficient. His ita conſtructis, facilé apparet, circuli partem octavam, quam ſuprá cap. primo tribus ma-

ioribus

ſotibus triangulis, lunulaq; ac triangulo minore diſtinximus, totam rectangulo A.F.G M. contineri, uno tantum triangulo majore excepto. Primum enim ex triangulis circuli majoribus erit in hoc diagrammate K F.G. alterum K. O.F. lunulà neglectâ: pro qua trigonulus K.O.A. ſuccedit. Minor veró triangulus lunulæ æqualis eſt K.M A. Jam cum rectangulum F.B N.G. tantundem complectatur, nimirum alteram etiam circuli partem octavam minus uno triangulo majore, efficitur neceſſarió in toto illo rectilineo A.B.N.M. quartam ineſſe totius circuli partem, minus triangulis majoribus duobus. Altera ergo circuli pars quarta erit M N.R.Q. iterum triangulis majoribus duobus excluſis. Idem judicij erit de V. X. Z Y. idemq; de Y. Z. C. D.

Reſtabunt igitur adhuc triangula majora, ex ſingulis ni-



mirum

mirum octavis unum, quæ omnia exactè collecta & conjuncta ſpacium Q. R. S. T. complebunt; id quod ex triangulo duplo L. M. F. in ſecundi capitis diagrammate, cui in hujus capitis figura, L. F. A. reſpondet, evincitur. Quinq; ergo parallelogrammis, quæ commemoravimus, univerſa circuli area triangulis majoribus 24. minoribus 5. totidemq; lunulis diſtincta, concluditur. Sextum veró S. T. X. V. penitus redundat, ideoq; in circulo dimetiendo abjiciendum: cujus latitudo cúm ſit ſpacio E. H. æqualis, conſequitur neceſſarió, quod capitis hujus initio eſt propoſitum.

V.

ALIUD RECTILINEUM CIRCULO *æquale ex diviſionis modo nonnihil immutato.*



Eſt

EST alius quoq; circuli dividendi modus, qui non tantum cum eo, qui eſt initio deſcriptus, in idem recidit, ſed etiam lunulæ arcum in rectam concinnè reſolvit, adeoq; miro conſenſus ſui ſuffragio ad demonſtrationem ſuperiorem aliquid momenti afferre videtur. Ita veró habet. Dividantur circulus & zona æqualiter in partes octonas, ut ſup. ca. 3. factũ: ſed in circulo linea H.I. abſit; in zona, linea L.F. in A.M. mutetur. Deinde circino ad ſpacium circuli H.E. vel (quod eodem redit) F.M. hoc ēſt, ad latitudinem zonæ divaricato; alteroq; pèdum in G. tranſlato, alter ubi inferius verſus cèntrum inter H.E. inciderit, ibi X. ubi ſuperius inter F.M. ibi Y. notetur. Tum lineis ex A. duabus, alterâ in X, alterâ in Y. productis conſtabit propoſitum. Pro triangulo enim tertio majore A.H.I. emergit hîc A.E.X pro triangulo minore H.I E. exurgit A.H.X. lunula veró in triangulum A.Y.F. ſine ambagibus ullis reſolvitur. Reliqua duo triangula majora priſtino modo permanent. Sic circulo diſtincto, quid cuiq; illius membro in zona reſpondeat, non eſt difficilè videre. Inter lineam enim A. Y. & L.M. tria coërcentur triangula majuſcula. Luna igitur ſupréma L.T.M. duobus triangulis minuſculis | A.H.X. | & A.Y.F. | èrit adæquata. Hæc ratio, uti cum demonſtatione ſuperiore conſentit; ita eandem cum illa in progreſſu duplo, triplo, quadruplo, adeoq; in infinitum uſq; conſtantiam obtinet; ac circulum quadraturæ propoſitum in rectilineum reſolvit octangulare; angulis quaternis acutis quaternos obtuſos alternantibus.

VI.

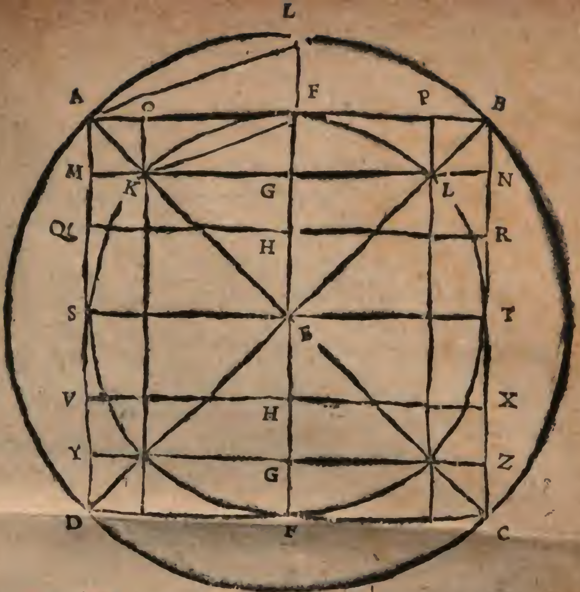
AREAM CIRCULI TERMInos Archimedeos excedere.

TRanſeundum nunc ad alterum demonſtrationis noſtræ poriſma, de quo initio capitis 4. propoſitum. Docet veró Ar-

chimedes in libello de dimenſione circuli propoſitione primâ, aream cujuſlibet circuli adæquari triangulo rectangulo, cujus unum quidem latus circa angulum rectum ſemidiametro circuli, alterum peripheriæ ejuſdem circuli ſit æquale. Unde receptum eſt, ut ex multiplicatione ſemidiametri circuli in ſemiperipheriam ejuſdem, area circuli in numeris computetur. Docet veró etiam auctor idem libelli ejuſdem propoſitione tertiâ, circuli peripheriam eſſe diametri triplam, & adhuc ſupereſſe partem quæ quidem minor ſit decem ſeptuageſimis, hoc eſt, ſeptimâ diametri parte, major veró decem ſeptuageſimis primis. Hæc tam exquæſita inter diametrum & circumferentiam diſtinctio, cúm moleſtis minutiarum tricis circuli dimenſionem involvat, receptum eſt vulgó, ut ſi diameter ciculi ſit pedum ſeptem, circumferentia ejuſdem, neglectis fractionibus minutiſſimis, ſtatuatur pedum 22. atq; adeó ex multiplicatione ſemidiametri $3\frac{1}{2}$ in ſemiperipheriam 11. totius circuli area colligatur pedum $38\frac{1}{2}$, cui cõputationi vulgus non tantum acquieſcit, ſed etiam auctorem illius Archimedem appellat. Doctiores interim non ignorant, juxta Archimedem, veram circuli ejuſmodi aream eſſe pedibus $38\frac{1}{2}$ aliquantó minorem. Nos demonſtrationis noſtræ ſuperioris evidentiâ nixi, non dubitamus aſſerere, circulum ejuſmodi nequaquam eſſe pedibus $38\frac{1}{2}$ minorem, ſed etiam triginta novem aliquantô majorem.

Repetatur enim hîc figura capitis quarti, ſintq; rectangula quatuor | A.B.M.N. | M. N. R. Q. | V.X.Z Y | Y.Z.C.D. | ſingula ſeptem pedes longa, lata unum. Ejuſdemq; longitudinis reliqua duo, latitudinis veró ſeſquipedalis. Erit igitur quadratum A.B.C.D. circulum includens pedum 49. quem numerum ſcilicet ſepties ſeptem procreant. Hinc ablato altero ex rectangulis latioribus (quod redundare atq; abjiciendum eſſe, cap. 4. oſtendimus) remanebunt reliqua omnia, quæ conjuncta pedes $38\frac{1}{2}$ exactè efficiunt; eaq; vera eſſe ejuſmodi circuli area, ſi latitudo rectanguli abjiciendi ad ſeſquipedem extenderetur. Sed hanc ſeſquipede eſſe minorem ratione Geometricâ conſtanter evinci poteſt. Si enim ex hypotheſi noſtrâ

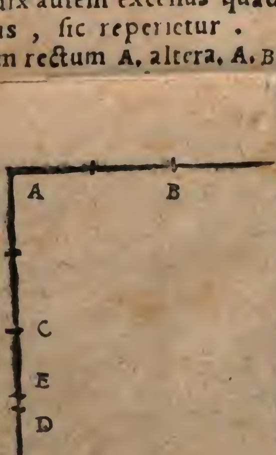
| F, G.



|F.G. |G.H. |H.I. |I.E. | diſtant ſingula ſingulis pĕdibus, erit E.H. diameter quadrati ex radice pedis unius: unde quadratum deſcriptum non eſt majus pedibus duobus. Quadratum veró ex radice ſeſquipedali hanc quantitatem quadrante pedis excedit: ducta enim $1\frac{1}{2}$ in ſeipſa numerum procreant $2\frac{1}{4}$ Quamobrem cúm diameter circuli proponatur pedum ſeptèm; linea autem E.H. non ſeſquipedalis, ſed diameter tantúm pedis quadrati (cujus quadratum quadrante pedis minus eſt eo, quod ex radice ſeſquipedali emergit) cumq; hæc ipſa pedis diameter in diametro circulari ſeptem pedum, ſæpius quám quater contineatur: conſequens eſt neceſſarium, rectangulum abjiciendum etiam ultra quatuor pediſquadrantes, id eſt, ultra pedem integrũ minus eſſe $10\frac{1}{2}$ pedibus, qui in rectangulo ſeptem pedes longo, ſeſquipedemq; lato continerentur: qua ratione area circuli ex diametro pedum ſeptem deſcripti, pedes triginta novem cum ſemiſſe excederet.

At veró cúm radix exceſſus quadrantis (de quo jam tracta-
mus) pro numero pedum diametri, ſpargenda ſit in particu-
las ſeu punctula ſeptem, quorum ſeſqui feré tribuenda re-
ctangulo abjiciendo: ideoq; ſeſquipunctulis hiſce (hoc eſt $\frac{3}{1}$
de radicula exceſſus) major ſit rectanguli hujus latitud
quám ſimplex pedis quadrati diameter, erit iterũ ob hæc pun
ctula aliquid rectangulo abjiciendo reſtituendum, ut tant
minus in quinq; reliquis rectangulis (quibus tota circuli are
cõtinetur) remaneat, quantó magis dictis ſeſquipunctulis re
ctangulum abjiciendum auctum intelligitur. Quæ exquiſi
tiſſima numerorum ratio etſi nondum á nobis ſit inveſtiga
ta, id tamen ſatis ex iis, quæ diximus, conſtare poteſt, area
circuli, cujus diameter ſeptem continet pedes, feré ad $39\frac{1}{2}$ ac
cedere pedes certé 39. multoq; magis terminos Archimed
os, quocunq; vertamur, excedere; id quod erat hoc loc
demonſtrandum.

Radix autem exceſſus quadrantis, de qua jam toties m
minimus, ſic reperietur. Conſtituantur rectæ duæ a
angulum rectum A, altera, A. B. pedem, altera A. D. ſeſqu
pedum longa; ſed ita ut
hac etiam longitudo prior
lineæ ſigno C. notata appare.
Tum circino ad puncta B. C.
varicato, alteroq; pede in
conſtituto, alter in linea C.
impreſſus locum E. puncti oſt
dit, ſpaciumq; inter E. D. exc
ſus eſt radicalis, quem dixim
in ſeptem particulas, ſeu pot
punctula, pro numero ped
diametri, ſpargendum; quo
punctulorum unum cum ſem
feré, rectangulo abjiciendo
buendum.



D

DATO QUADRATO CIRCULUM *æqualem deſcribere.*

Concludendus erat tractatulus hic noſter corollario tum nobili, tũ neceſſarió; quomodo ſcilicet, ſtante Tetragoniſmo noſtro, circulus quadratus æqualis deſcribatur? Sed hic meditationes noſtras ſupprimendas putavimus, donec aliorũ judicia cẽſurasq; de tetragoniſmo ipſo cognoſcamus. Cúm enim terminos Archimedeos tranſilire auſi fuerimus, claſſicum Mathematicum multis ceciniſſe videbimur, nec crabones (quod dici ſolet) ſed leones, tigrides, pardos, irritaſſe, ut fortaſſe, non tam pacaté progredi poſſimus, quám acie adverſâ regredi opus habeamus. Vincat autem hîc & ubiq;, non auctoritas, ſed veritas; non opinío, ſed demonſtratio.

NE CHARTA HOC LOCO vacaret, ſubjicere placuit, quæ nuper luſimus in motum, quem vocant, perennem, totius mundi votis fruſtra hactenus optatum.

QUod Mars fulmineo torquet fera tela boatu,
India queis Chriſto faſces ſubmiſit Jeſu;
Quodq; typis Muſæ nitidis Muſæa frequentant;
Circulus & tandem quadrati in luce quieſcit;
Omnia Germanæ ſpirant præconia gentis.
Reſtat perpetui jam nunc quoq; machina motus,
Abſtruſis animanda rotis, & pondere vivo;
AEmula mobilium ſpectâcla datura molarum,
Flumina quas magno fremitu indignata fatigant,
Quasq; agitant celeres alis ſtridentibus auſtri:
Utilior qua vix totum naſcenda per orbem
Machina mechanicis vibrata movebitur alis.
Hanc quæ repperiet gens ſolertiſsima tandem,
Omnia Germanæ vincet præconia gentis.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ERRATA CORRIGE
ut ſequitur.

A.1.pag.1. lin.12. lege, feliciſsimis, A.2. pag.2. lin. 15. tuti, a. 3. p. 2. lin. 51. hortatu, voto ſingulari, a. 4. p. 1. lin. 14. En tibi.

b, 2. pag. 1. lin. 13. lege, excludit, b. 3. pag. 2 lin. 17. æquale, lin. 23. æqualis, lin. 32. pro F. L. lege L. M, b 4. p. 1. lin. 14. poſt igitur, interpone, octo.

c. 1. pag. 1. lin. 25. pro acutis lege obtuſis, pro obtuſos lege, obtuſiores, c. 3 pag. 1. lin. 6. quadrato.